

Caminos reticulares, álgebra lineal y combinatoria

Día 4

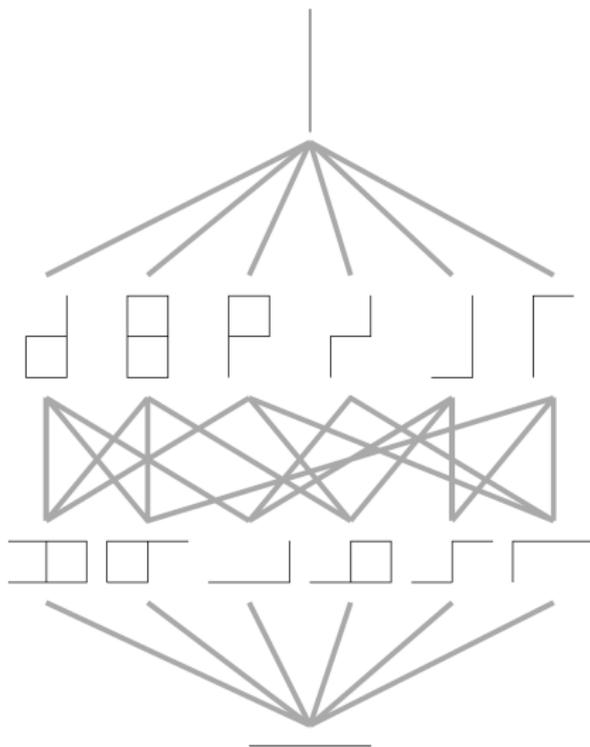
Carolina Benedetti Velásquez



con Jerónimo Valencia

Mathematics Sin Fronteras
Noviembre 18, 2021

Cocientes de LPMs en [3]



Un resumen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Independencia
lineal / bases

$$\mathcal{B} = \{12, 13, 14, 24, 34\}$$

Axiomatización

$\mathcal{M} = ([n], \mathcal{B})$ matroide sii

① $\mathcal{B} \neq \emptyset$

② $\forall A, B \in \mathcal{B}$,

$\forall a \in A \setminus B, \exists b \in B \setminus A$ tal que

$A - \{a\} \cup \{b\} \in \mathcal{B}$

Grafos

$G: \begin{matrix} & 1 & & & \\ & \swarrow & \searrow & & \\ 2 & & & 4 & \\ & \nearrow & & \nearrow & \\ & & 3 & & 5 \end{matrix}$

$\mathcal{M}_G = ([5], \mathcal{B})$ con

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{matrix} \text{---} \end{matrix}, \begin{matrix} \text{---} \end{matrix}, \begin{matrix} \text{---} \end{matrix} \right\}$$

Un resumen

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Independencia
lineal / bases

$$\mathcal{B} = \{12, 13, 14, 24, 34\}$$

Axiomatización

$\mathcal{M} = ([n], \mathcal{B})$ matroide sii

① $\mathcal{B} \neq \emptyset$

② $\forall A, B \in \mathcal{B}$,

$\forall a \in A \setminus B, \exists b \in B \setminus A$ tal que

$A - \{a\} \cup \{b\} \in \mathcal{B}$

Grafos

$G: \begin{matrix} & 1 & & & \\ & \swarrow & \searrow & & \\ 2 & & 3 & & \\ & \swarrow & & \searrow & \\ & & 4 & & 5 \end{matrix}$

$\mathcal{M}_G = ([5], \mathcal{B})$ con

$$\mathcal{B} = \left\{ \begin{matrix} \text{---} \swarrow \text{---} \\ \text{---} \searrow \text{---} \end{matrix}, \begin{matrix} \text{---} \swarrow \text{---} \\ \text{---} \text{---} \end{matrix}, \begin{matrix} \text{---} \swarrow \text{---} \\ \text{---} \searrow \text{---} \end{matrix} \right\}$$

Otros ejemplos: algoritmo del ávaro; extensiones algebraicas; geometría proyectiva; politopos, LPMs, etc.

Un resumen

Álgebra

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

↑

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

↑

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Axiomatización
→

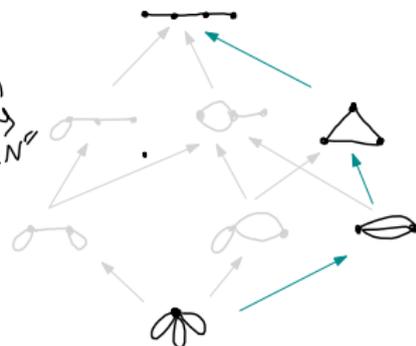
"M es cociente de N"
sii

$$\forall c \in \mathcal{C}(N),$$

$$c = \bigcup_{i=1}^k c_i$$

con $e_i \in \mathcal{C}(M)$.

Matroides



Un resumen

Álgebra

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

↑

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

↑

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

Axiomatización

“ M es cociente de N ”

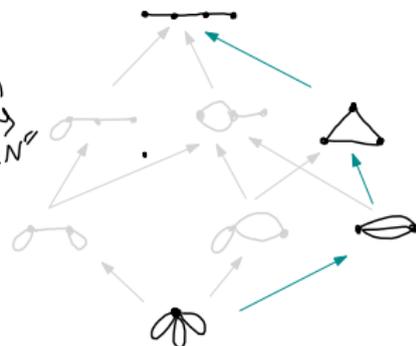
si i

$$\forall c \in \mathcal{C}(N),$$

$$c = \bigcup_{i=1}^k c_i$$

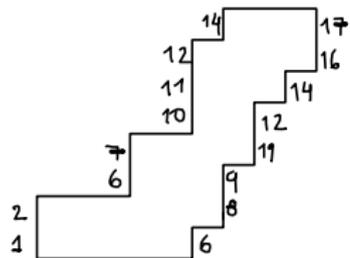
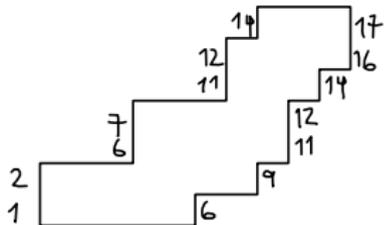
con $e_i \in \mathcal{C}(M)$.

Matroides

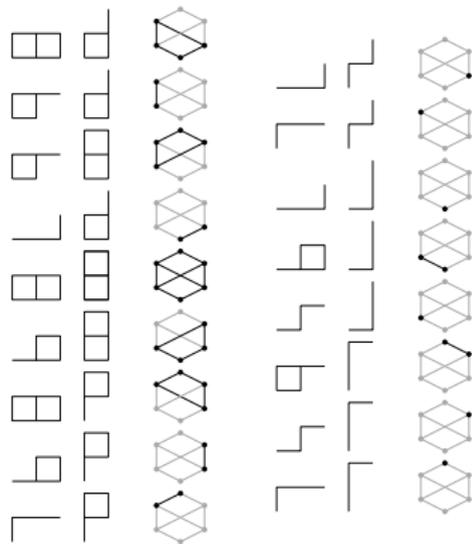
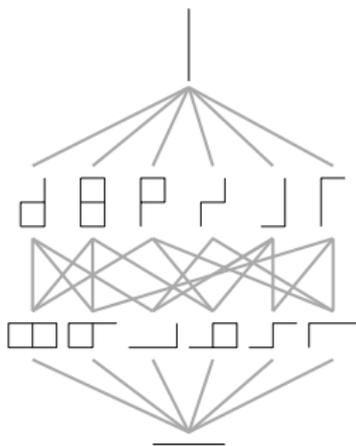


¿Cómo luce esta propiedad en otras familias?

Un ejemplo en [17]



Cocientes de LPMs en [3]



Finalmente...

Las matroides están interconectadas con muchas ramas de la matemática pura y aplicada.

- ▶ ¿Qué otras axiomatizaciones hay?
- ▶ ¿Cómo entender esas axiomatizaciones en grafos?

Finalmente...

Las matroides están interconectadas con muchas ramas de la matemática pura y aplicada.

- ▶ ¿Qué otras axiomatizaciones hay?
- ▶ ¿Cómo entender esas axiomatizaciones en grafos?
- ▶ ¿Qué me dice un politopo matroidal en optimización?

Finalmente...

Las matroides están interconectadas con muchas ramas de la matemática pura y aplicada.

- ▶ ¿Qué otras axiomatizaciones hay?
- ▶ ¿Cómo entender esas axiomatizaciones en grafos?
- ▶ ¿Qué me dice un politopo matroidal en optimización?

¡Muchas gracias!