Introducción a los códigos correctores de errores

Ejercicios II

Ejercicio 1. Probar que si $\mathcal{C}$ es un código sobre $\mathbb{F}_q$ entonces $\mathcal{C}^{\perp}$ es también es un código sobre $\mathbb{F}_q$. Es decir, probar que $\mathcal{C}^{\perp}$ es un subespacio vectorial de $\mathbb{F}_q^n$.

Ejercicio 2. Demostrar que si $\mathcal{C}$ es un código entonces $(\mathcal{C}^{\perp})^{\perp} = \mathcal{C}$.

Ejercicio 3. Demostrar que si H es una matriz de control para $\mathcal{C}$ entonces se verifica que

$$x \in \mathcal{C} \Longleftrightarrow Hx^T = 0.$$

Ejercicio 4. Hacer una tabla de líderes de clases laterales y síndromes para el código binario cuya matriz generadora es

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

¿Cuáles son los parámetros de este código? ¿Cuántos errores puede detectar? ¿y corregir?

Ejercicio 5. Considerar el código binario $\mathcal{C}$, es decir sobre $\mathbb{F}_2$, de longitud 6 y dimensión 3 generado por la matriz

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Vimos que $\mathcal{C} = \{(000000), (100011), (010101), (001110), (110110), (011011), (101101), (111000)\}$ y que

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

es su matriz de control. Usando la tabla de líderes de clases laterales y síndromes

$e_0 = (000000) \rightarrow S(e_0) = (000)$	$e_4 = (000100) \rightarrow S(e_4) = (100)$
$e_1 = (100000) \rightarrow S(e_1) = (011)$	$e_5 = (000010) \rightarrow S(e_5) = (010)$
$e_2 = (010000) \rightarrow S(e_2) = (101)$	$e_6 = (000001) \rightarrow S(e_6) = (001)$
$e_3 = (001000) \rightarrow S(e_3) = (110)$	$e_7 = (100100) \rightarrow S(e_7) = (111)$

Calcular los síndromes de las siguiente palabras y corregir los errores cometidos.

- $y = (010001)$
- $y = (011101)$
- $y = (011111)$
- $y = (110010)$
- $y = (110101)$