Introducción a los códigos correctores de errores

Ejercicios

Ejercicio 1. Probar que la distancia de Hamming d es un métrica en $\mathbb{F}_q^n$. Es decir, satisface:

(i) $d(x,y) = 0$ si y sólo si $x = y$ y $d(x,y) \geq 0$ para todo $x, y \in \mathbb{F}_q^n$;

(ii) $d(x,y) = d(y,x)$ para todo $x, y \in \mathbb{F}_q^n$;

(iii) $d(x,z) \leq d(x,y) + d(y,z)$ para todo $x, y, z \in \mathbb{F}_q^n$.

Recordar que $d : \mathbb{F}_q^n \times \mathbb{F}_q^n \longrightarrow [0,n]$ se define por $d(x,y) = \#\{i : x_i \neq y_i, 1 \leq i \leq n\}$ donde $x = (x_1, \ldots, x_n)$ e $y = (y_1, \ldots, y_n)$.

Ejercicio 2. Si $x, y \in \mathbb{F}_q^n$ probar que $d(x,y) = w(x-y)$, donde w representa el peso definido por $w(z) = \#\{i : z_i \neq 0, 1 \leq i \leq n\}$. Usar esto para probar que en cualquier código lineal la distancia mínima es igual al peso mínimo.

Ejercicio 3. Considerar el código binario C_1, es decir sobre $\mathbb{F}_2$, de longitud 4 y dimensión 2 generado por la matriz

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Vimos que $C_1 = \{(0000), (1011), (0101), (1110)\}$ y la que distancia mínima del código es $d(C_1) = 2$.

Escribir la matriz generadora de $C_2 = \{(0000), (0011), (1100), (1111)\}$. ¿Cuáles son los parámetros de C_2? ¿Es C_2 equivalente a C_1?

Recordar que dos códigos son equivalentes si uno se puede obtener del otro aplicando una permutación fija de las posiciones en todas las palabras del códigos.