Tarea 1
Re-Imaginando el Mundo a traves de Algebra Lineal
Dr. Malena Español - Victoria Uribe

Nombre ______________________________

1. Dado los vectores $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_n)$ y $\mathbf{w} = (w_1, \ldots, w_n)$, demostrar las siguientes propiedades algebraicas de $\mathbb{R}^n$.

   a. $(\mathbf{u} + \mathbf{v}) + \mathbf{w} = \mathbf{u} + (\mathbf{v} + \mathbf{w})$

   b. $k(\mathbf{u} + \mathbf{v}) = k\mathbf{u} + k\mathbf{v}$ para cualquier escalar k.

2. Dado el vector $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$ demostrar las siguientes propiedades algebraicas de $\mathbb{R}^n$.

   a. $\mathbf{u} + (-\mathbf{u}) = (-\mathbf{u}) + \mathbf{u} = \mathbf{0}$

   b. $k(k'\mathbf{u}) = (kk')\mathbf{u}$ para todos k y k'.

3. Dado los vectores $\mathbf{u} = (2, -7, 1)$, $\mathbf{v} = (-3, 0, 4)$ y $\mathbf{w} = (0, 5, -8)$, calcular a) $3\mathbf{u} - 4\mathbf{v}$ y b) $2\mathbf{u} + 3\mathbf{v} - 5\mathbf{w}$.

4. Verificar que los vectores $\mathbf{u} = (-1, 0, 1)$, $\mathbf{v} = (2, 4, 2)$ y $\mathbf{w} = (3, -3, 3)$ son ortogonales entre si.

5. Calcular la norma Euclidea de los vectores $\mathbf{u} = (-1, 0, 1)$ y $\mathbf{v} = (2, 4, 2)$ y su distancie Euclidea.

6. La norma 1 de un vector real está definida como $\|\mathbf{v}\|_1 = \sum_{i=1}^{n} |v_i|$. Calcular la norma 1 de los vectores $\mathbf{u} = (1, 2, 3)$ y $\mathbf{v} = (3, 2, 1)$.

7. La norma ∞ de un vector real está definida como $\|\mathbf{v}\|_\infty = \max_i |v_i|$. Calular la norma ∞ de los vectores $\mathbf{u} = (1, 2, 3)$ y $\mathbf{v} = (3, 2, 1)$.

8. Decide cuales de las siguientes igualdades son VERDADERAS y cuales son FALSAS. Para las que son VERDADERAS, tienes que demostrarlo para cualquier n y m. Para las FALSAS, tienes que dar contraejemplos. Aca estamos considerando que $\mathbf{u} = (u_1, \ldots, u_n)$, $\mathbf{v} = (v_1, \ldots, v_m)$ y $[\mathbf{u}, \mathbf{v}] = (u_1, \ldots, u_n, v_1, \ldots, v_m)$ es el vector formado concatenando $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$.

   a. $\|\mathbf{u}\|_1 + \|\mathbf{v}\|_1 = \|[\mathbf{u}, \mathbf{v}]\|_1$

   b. $\|\mathbf{u}\|_2^2 + \|\mathbf{v}\|_2^2 = \|[\mathbf{u}, \mathbf{v}]\|_2^2$

   c. $\|\mathbf{u}\|_\infty + \|\mathbf{v}\|_\infty = \|[\mathbf{u}, \mathbf{v}]\|_\infty$

9. Calcular:
$$4\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} - 2\begin{pmatrix} 5 & 1 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

10. Encontrar los valores de x, y, z y w tales que la siguiente igualdad de matrices sea cierta:
$$3\begin{pmatrix} x & y \\ z & w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x & 6 \\ -1 & 2w \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 & x+y \\ z+w & 3 \end{pmatrix}.$$